

MOUVEMENT ET DÉTERMINISME

CHAOS I. PANTA RHEI

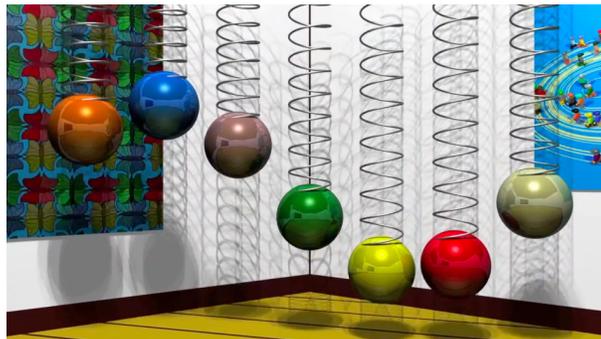
<http://www.chaos-math.org>

CHAOS est un film mathématique constitué de neuf chapitres de treize minutes chacun. Il s'agit d'un film tout public autour des systèmes dynamiques, de l'effet papillon et de la théorie du chaos. Tout comme **DIMENSIONS**, ce film est diffusé sous une licence **Creative Commons** et a été produit par **Jos LEYS**, **Étienne GHYS** et **Aurélien ALVAREZ**.



CHAPITRE I.

La Science peut-elle nous aider à prédire l'avenir ?
Formulé par LAPLACE, le déterminisme a longtemps dominé la pensée scientifique.



« Tout s'écoule, tout est mouvement. »

Ainsi commence ce premier chapitre de CHAOS, reprenant l'une des idées principales de la philosophie d'**HÉRACLITE D'ÉPHÈSE** qui vécut à la fin du VI^e siècle av. J.-C. L'être est éternellement en devenir, les choses n'ont pas de consistance et tout se meut sans cesse : tout devient tout, tout est tout. Les premières minutes de ce film illustrent cette idée avec quelques exemples dans la vie de tous les jours, ainsi que quelques exemples pris dans le monde mathématique.



La Science peut-elle nous aider à prédire l'avenir ? Voilà une question qui ne date pas d'aujourd'hui et que l'on peut voir comme un fil conducteur de ce film. Mais commençons par des choses plus modestes en nous demandant ce que sera dans les prochaines minutes la trajectoire d'une bille lancée sur un billard. Même en déposant cinquante billes sur le billard, de sorte que celles-ci se cognent les unes aux autres très fréquemment, il n'est pas très difficile de calculer avec l'aide d'un ordinateur les positions futures de toutes les billes sur la table dans une heure par exemple, conformément au slogan suivant :

« Si je connais la situation maintenant, je devrais, en principe, être capable de déterminer la situation dans quelques instants. »



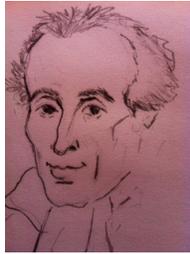
L'idée du *déterminisme* fut, semble-t-il, esquissée pour la première fois par le baron d'HOLBACH (1723-1789) avec ces mots :

« Dans un tourbillon de poussière qu'élève un vent impétueux; quelque confus qu'il paraisse à nos yeux, dans la plus affreuse tempête excitée par des vents opposés qui soulèvent les flots, il n'y a pas une seule molécule de poussière ou d'eau qui soit placée au hasard, qui n'ait sa cause suffisante pour occuper le lieu où elle se trouve, et qui n'agisse rigoureusement de la manière dont elle doit agir. Un géomètre qui connaîtrait exactement les différentes forces qui agissent dans ces deux cas, et les propriétés des molécules qui sont mues, démontrerait que, d'après les causes données, chaque molécule agit précisément comme elle doit agir, et ne peut agir autrement qu'elle ne fait. »

" Tout devient tout, ... et tout et tout et tout...
tout est tout " ... maintenant TOUT est clair !

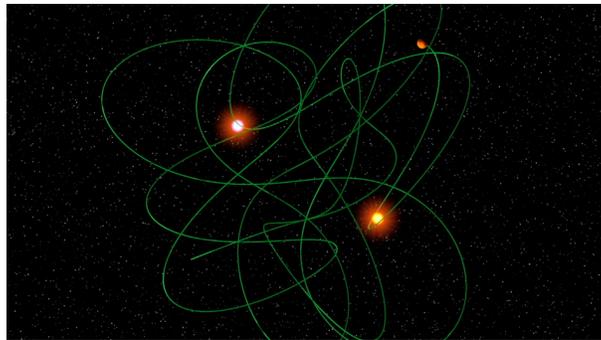


Le **déterminisme** est une notion philosophique selon laquelle la succession des événements et des phénomènes est due au principe de causalité, ce lien pouvant parfois être décrit par une loi physico-mathématique qui fonde alors le caractère prédictif de ces derniers. Le déterminisme est donc avant tout une doctrine scientifique qui ne doit surtout pas être confondue avec le fatalisme. Dans son *Essai philosophique sur les probabilités*, l'astronome et mathématicien **Pierre-Simon de LAPLACE** (1749-1827) affirme le déterminisme universel dans sa toute grandeur :



LAPLACE

« Nous devons envisager l'état présent de l'univers comme l'effet de son état antérieur, et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé, serait présent à ses yeux. »



Comme le souligne LAPLACE, il faudrait une intelligence infinie... et déjà le déterminisme scientifique semble montrer ses limites lorsque l'on se pose la question de la stabilité du mouvement des planètes. Si la question de savoir où sera précisément la Terre dans un milliard d'années semble assez inaccessible (et peut-être pas si intéressante que ça d'ailleurs...), risque-t-elle un jour d'être éjectée du système solaire ? Ou plutôt que de se demander le temps qu'il fera à Paris dans dix ans, jour pour jour, ne serait-il pas plus intéressant d'essayer de prévoir des moyennes, comme par exemple le nombre de jours de pluie en France pendant une saison ? C'est sur ce changement de point de vue sur la nature du déterminisme scientifique que se termine ce premier chapitre de CHAOS.



COMMENTAIRES DU CHAPITRE I

Panta Rhei.
Tout s'écoule.
Tout est mouvement.
C'est le message d'Héraclite,
il y a 2500 ans.

L'air qui m'entoure
contient un grand nombre de molécules
qui s'entrechoquent sans cesse
comme des billes de billard.

Tout est mouvement.
Même mon rocking chair
est emporté par la Terre dans sa course folle.
Pendant longtemps,
les hommes ont observé ces mouvements
et, peu à peu, ils ont cherché à les prévoir.
D'abord les astrologues
puis les scientifiques,
et en particulier les mathématiciens.
D'ailleurs, beaucoup de mathématiciens
ont fabriqué des horoscopes.
Prévoir le mouvement des astres
et en déduire le futur...
un vieux rêve...

Dans le monde mathématique qui nous entoure,
tout est mouvement également.

Regardez cette bille qui roule.
Stop!
Pouvez-vous deviner où elle sera
dans deux secondes ?
Bien sûr elle continue tout droit comme ceci.
C'était une prédiction facile.

Ici c'est un peu plus difficile.
Stop!
La bille va visiblement rencontrer

le bord du billard.
Comment va-t-elle continuer son chemin ?
Le mathématicien peut calculer
la position future de la bille en fonction du temps.
C'est déjà un succès de la Science.
On peut même calculer ce qui se passe
quand deux billes rentrent en collision.

Peu à peu,
l'idée du déterminisme s'est imposée en Science.
Si je connais la situation maintenant,
je devrais, en principe,
être capable de déterminer la situation
dans quelques instants.
Comme ici par exemple.
Quelle sera la trajectoire de la bille blanche ?
Au billard,
le joueur doit toucher les deux billes
avec sa propre bille.
Pas mal !
Et ici, que va-t-il se passer ?
Pas mal non plus !

Si je lis le journal aujourd'hui,
suis-je capable, en principe, de prévoir
ce qui se passera dans le monde
dans un mois ?
Trop compliqué !
N'allez pas croire que ce film
va vous aider à prédire l'avenir.

Revenons à notre table de billard
mais déposons cinquante billes.
Imaginons un billard parfait
sur lequel les billes roulent sans frottement.

Quand la queue de billard frappe la bille blanche,
le mouvement est... compliqué.
Peut-on prévoir ce mouvement ?
Bien sûr que oui puisque l'ordinateur
qui a calculé ces images a pu le faire.
Mais il a fait beaucoup de calculs.

On le voit,
les billes suivent des trajectoires rectilignes
et elles rebondissent les unes sur les autres.
Ces chocs sont fréquents
mais si on prend son temps
ou si on calcule très vite,
on peut prévoir la trajectoire pas à pas,
choc après choc.
L'ordinateur pourrait facilement calculer
la position de la bille blanche
dans une heure par exemple.
Mais le calcul que cela représenterait
dépasse de loin les capacités d'un être humain.
Les prévisions en principe, peut-être...
mais en pratique...

Déplaçons l'une des billes de quelques centimètres.
Regardez.
Les deux tables de billard sont presque identiques.
Seule une bille a été légèrement déplacée.
Lorsqu'on lance la bille blanche,
le mouvement des deux côtés
commence de la même manière.
Mais après un certain temps, pas très long,
les trajectoires deviennent complètement différentes.
Si je veux prévoir la trajectoire future
de la bille blanche,
je peux le faire.
Mais il me faudra connaître en détail
la position de toutes les billes sur la table
et il y en a beaucoup.
Une petite incertitude sur une bille
brisera tout espoir de déterminer le futur.

Voici la définition classique du déterminisme
par le mathématicien Laplace, en 1814.

« Nous devons envisager l'état présent de l'univers
comme l'effet de son état antérieur,
et comme la cause de ce qui va suivre.
Une intelligence qui, pour un instant donné,
connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée
et la situation respective des êtres qui la composent,
si d'ailleurs elle était assez vaste

pour soumettre ces données à l'analyse,
embrasserait dans la même formule
les mouvements des plus grands corps de l'univers
et ceux du plus léger atome :
rien ne serait incertain pour elle,
et l'avenir, comme le passé,
serait présent à ses yeux. »

Comment comprendre
les mouvements des corps célestes ?
Regardez une simulation par ordinateur
d'un système solaire fictif
avec deux soleils et une planète.
C'est un peu comme notre billard.
L'ordinateur peut calculer pas à pas le mouvement
mais peut-il nous prédire la destinée du système ?
La petite planète risque-t-elle un jour
d'entrer en collision avec un soleil ?

Voilà,
nous pourrions prévoir l'avenir si...
nous avions une intelligence infinie.
Mais ce n'est pas le cas.
Malheureusement...
ou peut-être... heureusement.

Mais alors, que peut faire le scientifique
s'il ne peut pas prévoir ?
Eh bien...
s'il consent à être moins ambitieux et plus modeste,
il peut quand même faire
quelques prévisions bien utiles.

Il faut pour cela revoir notre point de vue
sur le déterminisme.
On ne cherchera plus à prévoir
la position future d'une bille
au milieu d'un nuage d'autres billes,
mais on cherchera plutôt une probabilité.

Le but de la prévision ne sera plus
de déterminer la température
qu'il fera à Paris dans dix ans jour pour jour,

ce serait vain,
mais plutôt d'essayer de prévoir des moyennes,
des statistiques,
comme par exemple le nombre de cyclones
qui traverseront l'Atlantique en une saison.
Des probabilités plutôt que des certitudes.
Voilà un changement de point de vue.
Entre la théorie et la pratique,
il y a tout un monde.

