

UN PEU DE MÉCANIQUE

CHAOS III. LA POMME ET LA LUNE

<http://www.chaos-math.org>

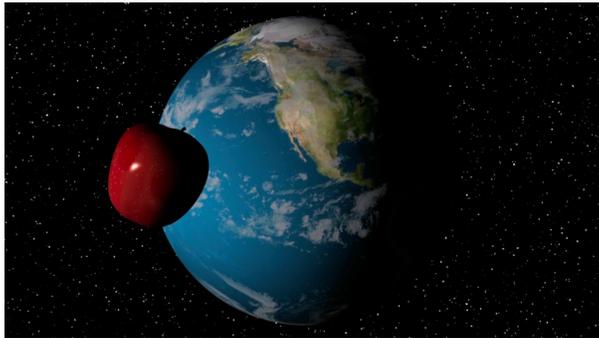
CHAOS est un film mathématique constitué de neuf chapitres de treize minutes chacun. Il s'agit d'un film tout public autour des systèmes dynamiques, de l'effet papillon et de la théorie du chaos. Tout comme **DIMENSIONS**, ce film est diffusé sous une licence **Creative Commons** et a été produit par **Jos LEYS**, **Étienne GHYS** et **Aurélien ALVAREZ**.



CHAPITRE III.

Pourquoi une pomme tombe du pommier alors que la Lune ne tombe pas sur la Terre ? C'est la question que se pose NEWTON dès l'âge de 17 ans.

Pendant longtemps, la physique fut dominée par la **pensée d'ARISTOTE**. Comme le rappelle le film, « chaque objet a son lieu qui lui est propre et si on l'en détourne, il fait ce qu'il peut pour y retourner. Tout ce qui nous entoure cherche son équilibre naturel. Une pomme tend à aller vers le bas puisque c'est sa nature. La Lune tourne autour de la Terre parce que c'est sa nature. »



Il a fallu attendre le XVII^e siècle pour qu'à la suite des travaux de nombreux savants, notamment **GALILÉE** (1564-1642) sur la chute des corps, **NEWTON** (1643-1727) imagine la loi de la gravitation universelle :

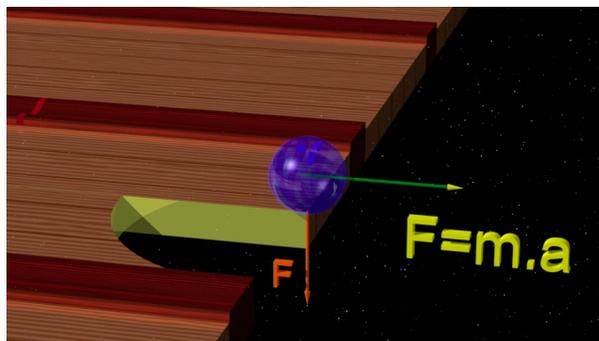


« Deux corps s'attirent avec une force proportionnelle à chacune des masses, et inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare. »

NEWTON

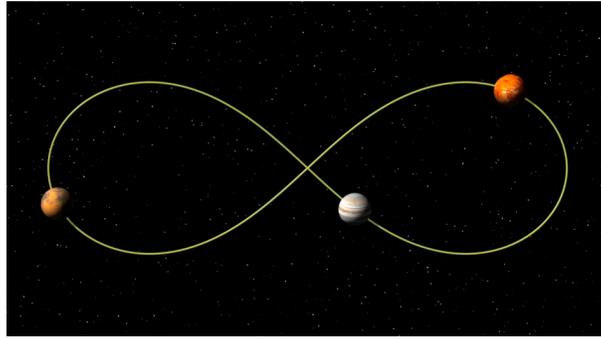


Tous les objets, par exemple une pomme ou la Lune, sont attirés par la Terre : c'est la force de pesanteur, le poids, qui s'applique à tout ce qui nous entoure. Dans le voisinage d'un pommier, la pesanteur est à peu près constante et, si une pomme se détache, la force de pesanteur agit et modifie la vitesse de cette pomme. C'est la deuxième grande idée de NEWTON : les forces modifient les vitesses.

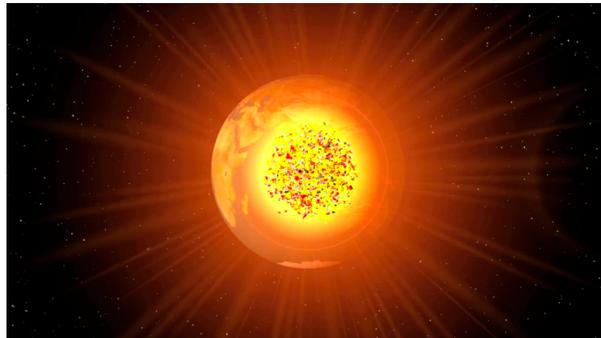


Mais NEWTON va plus loin encore et nous explique comment calculer une trajectoire lorsque l'on connaît les forces qui s'exercent sur un objet. Les idées de NEWTON se résument dans l'une des formules les plus simples et les plus fondamentales de la physique : $F = m \cdot a$, où F est la force qui s'exerce sur l'objet, m sa masse et a son accélération. Connaissant les forces qui s'exercent

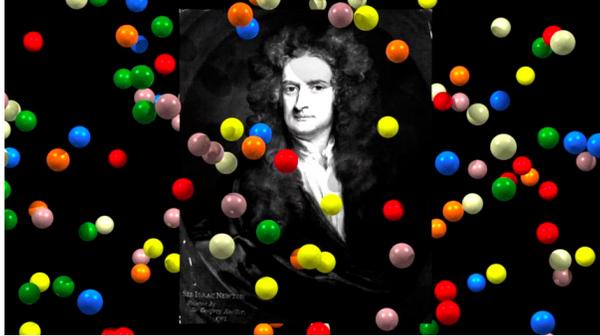
sur un objet, l'on déduit de cette formule l'accélération de ce dernier. Si de plus l'on connaît la position initiale de l'objet ainsi que sa vitesse initiale, la boule de cristal newtonnienne nous permet de prévoir sans ambiguïté le futur du mouvement.



Nous avons alors tous les ingrédients pour assister à de belles chorégraphies planétaires. Trois planètes, qui ne seraient soumises qu'aux forces qu'elles s'exercent sur elles-mêmes, pourraient parfaitement décrire un mouvement périodique le long d'une même trajectoire. Et bien d'autres chorégraphies sont possibles encore.



À la question de savoir pourquoi la Lune ne tombe pas sur la Terre, NEWTON répond finalement que... la Lune tombe sur la Terre tout comme une pomme ! Si la Terre n'avait jamais exercé aucune force dans son voisinage, la Lune, lancée à vitesse constante dans l'espace, aurait suivi une trajectoire rectiligne, ignorant la Terre, et serait désormais partie bien loin. Mais en fait la force de gravitation de la Terre infléchit à tout instant la trajectoire de la Lune, de sorte qu'elle se retrouve en chute perpétuelle autour de la Terre. Il aurait « suffi » que la Lune fût lancée un peu moins vite ou que la force de gravitation de la Terre fût un peu plus forte pour que nous n'évitons pas la catastrophe...



Étudier le système solaire, avec ses huit planètes principales et ses milliers d'objets secondaires, tous en interaction, n'est décidément pas une chose facile. Quant au mouvement de l'atmosphère et de ses innombrables molécules, imaginez un peu... Et pourtant, étudier les trajectoires d'un champ de vecteurs qui dépend d'un grand nombre de variables, c'est bien le véritable défi que nous a lancé le grand NEWTON.

COMMENTAIRES DU CHAPITRE III

À l'âge de 17 ans,
Newton se demande
pourquoi une pomme tombe du pommier
alors que la Lune ne tombe pas sur la Terre.

On pensait jusque là
que les objets sur Terre, comme les pommes,
ne suivent pas les mêmes lois
que les corps célestes.
Comparer le mouvement de la Lune
et d'une pomme,
penser qu'il pourrait exister
des lois physiques universelles,
sur Terre comme dans les cieux,
c'était une véritable révolution.

Auparavant, la physique était dominée
par la pensée d'Aristote.
Chaque objet a son lieu qui lui est propre
et si on l'en détourne,
il fait ce qu'il peut pour y retourner.
Tout ce qui nous entoure
cherche son équilibre naturel.

Une pomme tend à aller vers le bas
puisque c'est sa nature.
La Lune tourne autour de la Terre
parce que c'est sa nature.

Comprendre la chute des objets
n'est pas une chose facile.
D'ailleurs, les héros de dessins animés
ont quelques problèmes
avec la vraie physique.
La première loi de la physique
des dessins animés
s'énonce ainsi :
« Tout corps suspendu dans l'espace
reste immobile jusqu'au moment
où il prend conscience de la situation ».

Selon un dessinateur de Walt Disney,
« les dessins animés suivent
les lois de la physique sauf,
si le contraire est plus drôle ».

Newton imagine
la loi de la gravitation universelle :
« Deux corps s'attirent
avec une force proportionnelle
à chacune des masses,
et inversement proportionnelle
au carré de la distance qui les sépare ».

D'où vient cette force d'attraction ?
Comment l'expliquer ?
Comment comprendre que deux objets
à des milliards de kilomètres
puissent s'attirer instantanément ?
Voilà un mystère
qui ne sera expliqué, en partie,
que bien plus tard, par Einstein.

Tous les objets,
par exemple une pomme
ou la Lune,

sont attirés par la Terre :
c'est la force de pesanteur, le poids,
qui s'applique à tout ce qui nous entoure.

Une autre grande idée de Newton
est que les forces modifient les vitesses.
Quand une vitesse change,
on dit que l'objet est accéléré.

Alors imaginons une pomme abstraite
qui ne serait soumise à aucune autre force que son poids.

Dans le voisinage du pommier,
la pesanteur est à peu près constante.
Au moment où la pomme se détache,
sa vitesse est nulle.
Mais la force de pesanteur agit
et modifie la vitesse.
La pomme tombe de plus en plus vite
et s'écrase sur le sol.

Newton va plus loin.
Il nous explique
comment calculer une trajectoire
si on connaît les forces.

Une bille roule sur un plan.
Que va-t-il lui advenir ?
Rien !
Elle continue à rouler
à vitesse constante.
Cette affirmation
qu'on trouve dans les livres de physique
est vraie bien sûr...
sauf qu'elle ne correspond pas
à notre pratique quotidienne.
La bille de billard va finir par s'arrêter.
Des forces de frottement la ralentissent.

Mais négligeons ces forces.
Lorsque la bille est en contact avec le sol,
celui-ci réagit
et impose une force de réaction,

opposée à la pesanteur,
qui l'empêche de transpercer le sol.
Si bien que la force totale qui agit est nulle.
S'il n'y a pas de force,
il n'y a pas de modification de la vitesse
et la vitesse est constante,
c'est ce que nous avons vu.

Mais lorsque le sol se dérobe,
la bille est soumise
à cette force de pesanteur, son poids,
qui modifie la vitesse.
Et il n'y a plus de sol
pour contrebalancer le poids.

Newton exprime tout cela
par l'une des formules
les plus importantes de la physique :
 $F = m a$.
F, c'est la force,
m, la masse de l'objet,
et a, l'accélération.
L'accélération, c'est la vitesse
à laquelle évolue la vitesse,
autrement dit, la dérivée de la vitesse.

Dans notre situation,
la force de pesanteur est constante,
dirigée vers le bas.
C'est donc que l'accélération est constante,
dirigée vers le bas.
C'est donc que le vecteur vitesse
augmente chaque seconde
d'un vecteur constant.
Regardez la trajectoire : une parabole.

Si on connaît les forces
qui sont appliquées à un système,
on connaît l'accélération.
Si on connaît également la position initiale
et la vitesse initiale,
on peut alors prévoir
le futur du mouvement.
Si on vise bien,
si on choisit bien les conditions initiales,

on peut obtenir des mouvements incroyables.
Une condition initiale,
c'est non seulement une position initiale
mais également une vitesse initiale.

Regardez ici.
Trois planètes, pas de soleil,
suivent trois trajectoires fermées.
Le mouvement est périodique.

Ici, c'est plus intéressant.
Les trois planètes
partagent la même trajectoire.

Et ici, les trois planètes tournent
également sur une même trajectoire,
en forme de huit.
On parle de chorégraphie planétaire.

Mais attention !
De telles chorégraphies
sont des tours de force :
il faut bien viser, comme au billard,
pour réussir des coups pareils.
Si on change un peu les conditions initiales,
patatras !
La belle chorégraphie devient un vrai chaos.

Au fait,
pourquoi la Lune ne tombe-t-elle pas sur la Terre,
alors qu'elle est attirée par la Terre
comme la pomme ?
La réponse de Newton est stupéfiante :
elle tombe !

Si on observe ce qui se passe
au voisinage de la Terre,
la force de pesanteur n'est pas constante.
Elle est toujours dirigée vers le centre de la Terre
mais elle est de moins en moins forte
au fur et à mesure qu'on s'en s'éloigne.

La Lune est attirée par la Terre,

par la force de gravitation,
qui infléchit sa trajectoire.
Mais comme ceci se combine
avec une rotation,
elle est en chute perpétuelle
sans jamais atteindre son but.
Si la Lune n'était soumise
à aucune force,
elle continuerait son chemin en ligne droite,
en feignant de ne pas connaître la Terre.

Prenons-donc une lune fictive,
à 384 000 kilomètres de la Terre,
et lâchons-là.
Elle tombe !

Deuxième tentative :
lançons la même lune
mais avec une petite vitesse initiale horizontale.
La trajectoire est un peu déviée
mais nous n'avons pas évité la catastrophe.
Une plus grande vitesse
et la lune rase la Terre de justesse,
et tourne autour de manière périodique.
Une vitesse plus grande encore
et la lune tourne sur une orbite circulaire,
comme ce qui se passe à peu près
dans la réalité.
Une vitesse trop grande ?
Adieu la lune !

Alors vous imaginez bien
que pour étudier le système solaire,
avec ses huit planètes principales
et ses milliers d'objets secondaires,
tous en interaction,
pour décrire une condition initiale,
il faut donner beaucoup de positions
et beaucoup de vitesses.
Et vous imaginez toutes les données nécessaires
pour décrire le mouvement de l'atmosphère
et de ses innombrables molécules.

Étudier les trajectoires d'un champ de vecteurs
qui dépend d'un grand nombre de variables,
voilà le vrai défi
que nous a lancé le grand Newton.

